

CIP 法を用いた氷解現象のアニメーション

藤澤 誠[†] 三浦 憲二郎^{††}

この論文では、熱力学・流体力学に基づいて氷解現象のアニメーションを生成する手法を提案する。提案手法は、熱伝導・対流熱伝達・熱輻射を考慮し、融解後の液体の挙動も計算する。対流熱伝達を考慮する場合、融解する氷（固体）と融解後の水（液体）だけでなく、周囲の空気（気体）の振る舞いも考慮しなくてはならず、この気液固三相を流体力学で計算することは非常に難しい問題である。我々は、VOF (Volume-of-Fluid) と呼ばれる単純なカラー関数を液体自由曲面追跡に用い、RCIP (Rational-Constrained Interpolation Profile) 法と改良した界面数値拡散の制御手法 (STAA 法) を用いることで、レンダリング時の液体表面のエイリアスの問題を解決する。また、気液固の三相を同じ計算空間内でシミュレーションし、各相間の質量の変化量を明示的に扱える簡潔でわかりやすい相変化シミュレーション法を提案する。さらに、熱輻射現象は、フォトンマッピング法を用いて効率的に計算し、レーザーによる融解現象などもアニメーション化する。

Animation of Ice Melting Phenomenon using CIP Method

MAKOTO FUJISAWA[†] and KENJIRO T. MIURA^{††}

This paper proposes a fast and efficient method for producing physically based animations of the ice melting phenomenon, including thermal radiation as well as thermal diffusion and convective thermal transfer. Our method adopts a simple color function called the VOF (Volume-of-Fluid) with advection to track the free surface, which enables straightforward simulation of the phase changes, such as ice melting. Although advection of functions that vary abruptly, such as the step function, causes numerical problems, we have solved these by the RCIP (Rational-Constrained Interpolation Profile) method. We present an improvement to control numerical diffusion and to render anti-aliased surfaces. The method also introduces a technique analogous to photon mapping for calculating thermal radiation. By the photon mapping method tuned for heat calculation, the thermal radiation phenomenon in a scene is solved efficiently by storing thermal energy in each photon. Here, we report the results of several ice melting simulations produced by our method.

1. はじめに

近年の研究では、流体の振る舞いを流体力学によってシミュレートし、プロダクションクオリティのCGを作り出すことに成功している。そして、その研究は多層流体・気液二相流体といった、流体力学においてもいまだ議論が激しい分野にも及んでいる。この論文での目的は、氷解のシミュレーションである。氷が溶ける際には、固体と液体のシミュレーションが必要であるだけでなく、正確な熱現象のシミュレートのためには、気体の流れ（対流熱伝達）や熱輻射の解析が必要不可欠である。そのためには、気体（空気）の流れと液体（水）の流れを同時に扱う気液二相流や気体と液体間の相変化をシミュレートしなければならない。我々は、相変化を伴う気液二相流を計算し、熱伝導、対流熱伝達、そして熱輻射も考慮した手法を提案する。

水などの液体をシミュレートするとき問題となるのが自由表面追跡である。CGにおいてもっともポピュラーな

のはレベルセット法^{2),3),5)}である。レベルセット法は気体と液体の界面において十分滑らかであるような関数（例えば符号付距離関数）を用い、その値の正負によって液体と気体を区別する。レベルセット法は、再初期化処理を必要なタイミングで行い、界面における平滑さを満足させる。この計算コストは非常に高い。また、固体から液体への相変化をシミュレートする場合に特別な処理を必要とする⁴⁾。

我々は液体において1、気体において0となるような単純なカラー関数を用いて気液二相を表現する。この関数はVOF関数と呼ばれ、液体の計算セルにおける体積分率を表す。相変化をシミュレートするときには、その量を単純に増減させるだけでよい。氷解シミュレーションにおいてはこの液体界面の表現の方がレベルセットよりも適していると我々は考える。しかし、VOF関数は液体界面において急激に変化するため、その移流法が問題となる。本研究では、VOF関数を移流させるために、CIP (constrained interpolation profile) 法¹⁰⁾を用いる。CIP法はたくさんの周波数を含み、急激な変化を見せる関数でもその形をほとんど崩さずに移流させることができる。Takahashiら⁹⁾はこのCIP法とVOF法を組み合わせることで、しびきや泡などを表現し、Songら⁶⁾はCIP法とレベルセット法を組み合わせたCIP-レベルセット法により気泡などの多相流体アニメーション化する。

[†] 静岡大学大学院理工学研究科

Graduate School of Science and Engineering, Shizuoka University

^{††} 静岡大学創造科学技術大学院

Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University

メーションを生成した。我々は、CIP法を移流部分の計算に用いた、非圧縮性流体と圧縮性流体を同時に扱うためのよいフレームワークであるC-CUP(CIP-combined and unified procedure)法¹³⁾で流体支配方程式であるNavier-Stokes方程式を解く。

C-CUP法では、移流させる関数の界面のシャープさが安定した流体シミュレーションのための重要な要素である。オーバーシュートを押さえるためにYabeらによって開発されたTangent変換を用いたCIP法(以下T-CIP法)¹⁴⁾は、界面の拡散に対して逆拡散を掛ける効果を持ち、界面を常にシャープに保つように強制させることができる。しかし、CGで用いる場合、計算セルの大きさによって生まれる界面のエリアシングが問題となる。オーバーシュートを押さえるために開発されたもうひとつの手法として、有理関数CIP法(以下RCIP法)¹¹⁾がある。RCIP法はTCIP法とは逆に、界面を拡散させてしまうが、これによりきれいで滑らかな界面となる。そのため、CGには適していると考えられる。本論文で、RCIP法における界面拡散の問題を解決したSTAA(Surface Tracking by Artificial Anti-diffusion)手法¹⁶⁾を改良し、最適な界面の滑らかさを保ったまま、不必要な拡散を防ぐCG向けの改良を施したSTAA手法を提案する。提案方法により、シミュレーションの安定性を高め、VOF法の欠点であった界面の滑らかさを改善することができた。

氷解現象をシミュレートするためのもう一つのキーとなるのが熱力学シミュレーションである。熱は、熱力学の第一法則に従い、物体内で伝導し(熱拡散)、流体によって流れる(対流熱伝達)。これらは流体の法則とよく似ており、実際のシミュレーションでも流体の振る舞いのために記述したルーチンをそのまま用いることができる。熱現象と流体現象の大きな違いとなるのが熱輻射である。熱輻射は、熱エネルギーが中間の物質には無関係に、赤外線や可視光線を含む電磁波である熱線として伝達される伝熱形式である。我々は熱輻射の計算にフォトンマッピング法を用いる手法¹⁷⁾で熱解析を行う。

この論文の残りの部分は以下のように構成されている: 第2章で我々の流体シミュレーション手法、CIP移流法、液体の表面追跡、界面拡散制御について説明し、第3章では相変化や熱輻射を含めた熱力学シミュレーションについて述べる。そして、第4章で本手法の結果を示し、第5章で結言と今後の課題を示す。

2. 流体シミュレーション

2.1 流体の支配方程式

流体の支配方程式は、Navier-Stokes方程式である。表面張力まで考慮した非圧縮性流体のNavier-Stokes方程式を以下に示す。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}_{st} + \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) T + a \nabla^2 T + S_r \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{u} は流体速度、 ν は動粘性係数、 ρ は流体の密度、 T は温度、 p は圧力、 \mathbf{F}_{st} は表面張力、 \mathbf{g} は重力、 S_r は放射エネルギー、 a は熱拡散率である。我々は、圧力ベース解法の一つであるC-CUP法¹³⁾でNavier-Stokes方程式を解く。離散化にはスタガードMACグリッドを用い、圧力のポアソン方程式の解法にはICCG法(不完全コレスキー分解共役勾配法)を使用した。温度 T は、グリッド中心でスカラー値として定義され、式(3)を用いて、移流・拡散する。温度は流体だけでなく固体内でも定義され、固体内では熱伝導で熱が伝わり、固体表面において対流熱伝達により流体に熱エネルギーが伝達する。粘性拡散・熱拡散の計算は、Carlsonらの高粘性ソルバ¹⁾を用いた。

2.2 CIP移流法

液体の表面を追跡するために移流方程式を解く。レベルセット法では移流すべき陰関数(レベルセット関数)が境界で十分なめらかであることを保証することで、移流方程式を低次で離散化して解く。これとは逆に、CIP法では、移流方程式の離散化にスプライン補間に似た3次精度以上の高精度な手法を用い、界面において激しく変化する関数であってもその形状を保持したまま、数値振動を起こさずに移流することができる。

移流させたい関数を $f(x, t)$ とすると、セミラグランジュ法⁸⁾ではバックトレースした位置における関数値 $f(x - u\Delta t, t - \Delta t)$ で現在の位置における関数値を更新する。CIP法の基本的なアイデアは、移流式を空間微分したとき、その導関数 $g(x) = \partial f(x) / \partial x$ もまた、 $f(x)$ と同様に移流させるということである(ただし、 $\partial u / \partial x = 0$ とする)。例えば、1次元の移流では、2メッシュ $i, i+1$ 間のプロファイルは、以下の3次補間関数で表される。

$$F_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i \quad (4)$$

グリッド上の4拘束条件 $f_i, g_i, f_{i-1}, g_{i-1}$ から a_i, b_i, c_i, d_i を計算する。

この手法は非常に簡単に見えるが、その効果は非常に素晴らしい。一次元矩形波を移流した例を図1に示す。移流速度 u は一定とし、一次元の矩形波を十分な距離移流した後のプロファイルを描いている。(b)の風上差分ではプロファイルがなだらかになってしまっているが、(c),(d)のCIP法を用いたものは元の形状を保ったまま移流できている(d)のRCIPについては2.3で詳しく述べる)。CIP法のこの特徴により、レベルセット法のように滑らかな関数を用いなくても、液体表面を追跡することができ、計算コストの高い再初期化処理が必要ない。

2.3 液体界面追跡

我々はVOF関数と呼ばれる計算セル内の液体の体積分率を示す関数 ϕ を導入し、それをCIP法で移流させる。

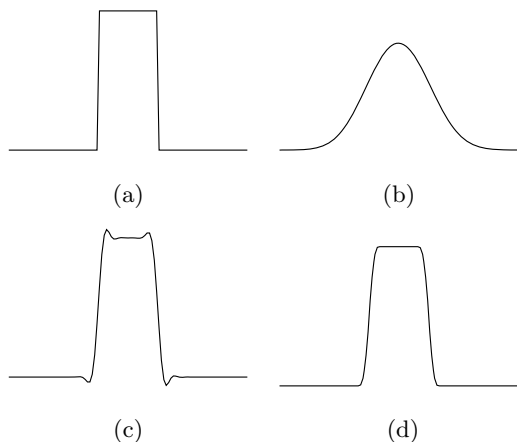


図1 一次元矩形波の移流:(a)Initial condition, (b) 風上差分法, (c)CIP 法, (d)RCIP 法で移流した後のプロファイル

$$\phi(x, t) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in \text{water} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

この関数は以下の移流方程式に支配される．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \phi = 0. \quad (6)$$

VOF 関数を移流させるとき、若干のオーバーシュート・アンダーシュートが発生する (図 1(c) 参照)．液体と気体間の物理量の差が激しいときにこれが大きな問題となる．そこで、有理関数を用いてプロファイルを補間する有理関数 CIP 法 (以下 RCIP 法)¹¹⁾ を用いる．RCIP 法では式 (4) の 3 次関数の代わりに有理関数

$$F_i(x) = \frac{a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i}{1 + \alpha\beta(x - x_i)} \quad (7)$$

を用いる．ここで α はパラメータで 0 が 1 の値をとる． $\alpha = 0$ のときは CIP 法と同じであり、 $\alpha = 1$ のとき、この関数は単調性と凹凸性を保存する有理関数となる． $\beta = -(S - g_i)/g_{i-1} - 1)/\Delta x$ であり、 $S = -(f_{i-1} - f_i)/\Delta x$ である．

RCIP 法以外にも、Tangent 変換を用いることでオーバーシュートを抑える方法も提案されている¹⁵⁾．Tangent 変換を用いた手法では物体界面がシャープに保たれるという特徴を持つ．これは数値流体計算上は非常にすばらしいが、グラフィックスで用いた場合、グリッド解像度によっては液体表面があまり滑らかにならず、保存性も保証されない．RCIP 法では、Tangent 変換 CIP 法に比べると界面付近で VOF 関数 ϕ が拡散する傾向にあるが、これにより滑らかな表面が得られ、さらに CIP-CSL2 法¹²⁾ などにより保存性を保証することもできる．これらのことから、本研究は RCIP 法を用いる．ただし、数値拡散が広がると計算が発散してしまうため、2.4 において、適切に拡散を抑制するための新しい STAA 法を提案する．

2.4 界面拡散制御

RCIP 法による VOF 関数の移流では、界面を表す 0 から 1 への変化部分が拡散し、関数の傾きがなだらかになる．この滑らかな界面は CG での利用においては美しいレンダ

リング結果を生むが、シミュレーションでは数値的な不安定性を引き起こす．界面拡散の抑制のために、池端らは VOF 関数の体積移動による STAA 手法¹⁶⁾ を開発した．彼らの手法では、VOF 関数から生成した符号付距離関数を法線方向の計算のために利用したが、我々は、符号付距離関数の生成にかかる計算コストを削減するために、平滑化した VOF 関数 $\bar{\phi}$ を代わりに用いる． $\bar{\phi}$ は、VOF 関数 ϕ の周囲 27 グリッド (2D では 9 グリッド) の重み付き平均をとって勾配をなだらかにした関数である．符号付距離関数に比べるとその精度は悪くなると予想されるが、我々がシミュレーションした結果では、CG での使用では問題は発生しなかった．

法線方向 $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ が決定した後、移動する体積量 V を決定する．移動量を r と置くと、

$$V = (\Delta x - r|n_x|)(\Delta y - r|n_y|)(\Delta z - r|n_z|) \quad (8)$$

ここでの r は、全ボリュームが移動するならば $V = 0$ と考え、 $r = \min(\delta x/|n_x|, \delta y/|n_y|, \delta z/|n_z|)$ とする．

この手法では、シャープな液面が得られるが、CG で用いる場合、シャープすぎるのもレンダリングの観点から適切でない．これを解決するために、STAA 法の移動量 r の制御に上記の平滑化 VOF 関数 $\bar{\phi}$ を用いる． $G = \alpha|\bar{\phi} - 0.5|$ となる G を求め、移動量 r を以下の式で算出する．

$$r = G^d \min(\delta x/|n_x|, \delta y/|n_y|, \delta z/|n_z|) \quad (9)$$

移動量を α と d の 2 つのパラメータで調節することで、界面の拡散をある程度の幅を保ったまま抑制する．我々の実験では、 d を次元の数、つまり、2D で $d = 2$ 、3D で $d = 3$ とし、 $\alpha = 1.0$ とするとうまく働いた． G は RCIP 移流の特性から、 $-0.5 \leq G \leq 0.5$ となることが保証されているので、 $\phi = 0.5$ において $r = 0$ となりもとの界面形状が保存される．また、 G の冪乗をとることで界面に近づくほど移動量が減り、ある程度の滑らかさを保ったまま移動させることができる．

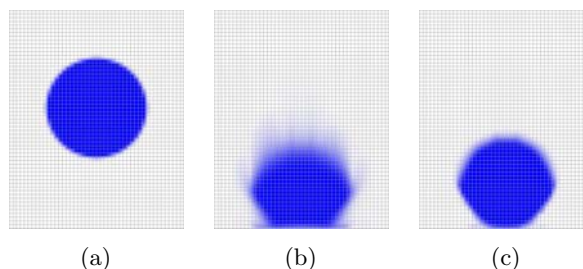


図2 2D 落下水滴シミュレーション: (a) 初期状態; (b) RCIP 法による移流; (c) 我々の改良型 RCIP-STAA 法による移流

二次元での水滴落下実験を行った例を図 2 に示す．RCIP 法では移流方向に大きな数値拡散が発生しているが、我々の改良 STAA 法では数値拡散が抑えられ、かつ界面においてエイリアスが発生していないため、レンダリング時にスムーズな液体表面が得られる．

3. 熱力学シミュレーション

3.1 フォトンマッピング法による熱輻射計算

従来の放射伝熱解析では、放射エネルギーを連続量として取り扱っていた。しかし、熱輻射エネルギーを連続可変量としてではなく、ひとつひとつが一定のエネルギー量を有する粒子(フォトン)として考えることで、フォトンマッピング法を用いて解析することができる。我々は、17) の手法により熱輻射解析を行った。

3.2 相転移

物質は固相、液相、気相の3態に分かれ、1つの相から別の相への状態変化を相転移といい、本研究で扱う氷解現象のように固相→液相の変化も相転移のひとつである(このときの温度を融点と呼ぶ)。固相から液相への相転移では、固相の分子結合を破壊するためにエネルギーが用いられる。このエネルギーを潜熱という。潜熱を L とすると、単位体積・単位時間あたりの相転移質量は以下となる。

$$M = \frac{H}{L} \quad (10)$$

ここで、 L は潜熱、 $H = \rho C_p \partial T / \partial t$ は熱エネルギーで温度変化によって与えられる。各計算セル i の温度変化 $\partial T / \partial t$ から相転移質量 M_i を計算し、融解物質の密度から体積分率の変化 dV を算出する。我々は、固体用の VOF 関数を用いて固体を表現し、それにより固体-液体間の相互作用を計算しており、この固体用の VOF 関数から dV を引き、対応するセルの液体用の VOF 関数にそれを足すことで相転移をシミュレートした。

4. 結果

この章では提案手法を用いて作成したアニメーションを示す。使用した PC は Pentium4 3.6GHz で 2GB のメモリを搭載している。

液体中で溶けていく固体の例として、図3に熱湯に氷を落下させたシミュレーション結果を示す。氷の初期温度は -10°C 、お湯は 90°C 、融点は 0°C 、比熱 $[kJ/(kg \cdot K)]$ 、熱伝導率 $[W/(m \cdot K)]$ (熱拡散率は熱伝導率を比熱と密度で割ったもの) は、氷: 8.86, 2.2, 水: 4.17, 0.612, 空気: 1.01, 0.0265 である。固体を VOF 関数で定義したので、液体への変化がスムーズに成し遂げられた。また、ポリゴンから生成した陰関数場により複雑な形状の固体 VOF 関数を定義することも可能である。

我々のシステムでは、気液二相流をシミュレートしているため、空気が流れることによる対流熱伝達も考慮されている。図4にわかりやすい例を示す。図中のダクトから左下方向に風を起こし、対流の有無による溶け方の違いを確かめた。このとき、立方体の氷の下半分を水で満たし、熱拡散による溶け方の違いが起こらないように、空気と水の温度と熱拡散係数を同じとなるように設定した。水は空気と密度差が 1000 倍ほどあり、空気中の弱い対流であれば、あまり水中の流れに影響しないので、氷の上部ほど良く溶けていき、下部の部分はあまり溶けていないことがわかる。

温度差が生じることによる自然対流でもある程度とけるが、強制的に風を起こすことによる強制対流は氷をより早く溶かす効果がある。図5は氷の上からお湯をかけた様子をシミュレートしたものである。対流熱伝達により流れが激しいところでは溶けるのが早くなるため、固体の上部がえぐりとられるように溶けている様子がシミュレートできた。

また、フォトンマッピングによる熱輻射のシミュレーション結果として、図6に拡散熱源と鏡による融解、図7にフォトンの放出方向を一方方向に限定したレーザーによる融解を示す。図7では体積保存性の欠如により、融解後の液体が急激に減少してしまっている。この原因は界面追跡における体積損失である。空気中での融解現象では、固体表面に溶けた液体が薄いシート状に張り付く状態となるが、われわれの手法では、このような薄い液体が拡散し、体積損失が起こる。あらゆる融解現象を再現するためには、これは大きな問題である。

これらのアニメーションでは数ステップごとに1フレームを出力し、計算時間は1~2分/ステップである。計算時間の大きな部分は流体計算と CIP 補間である。特に Navier-Stokes 方程式を解くときの圧力のポアソン方程式計算部分において、液体界面での 1000 倍もの密度差が、共役勾配法における収束速度を大きく低下させてしまった。

5. まとめと今後の課題

この論文では、VOF 関数を液体界面追跡に用い、CG のためのアンチエイリアスを実現する改良した RCIP-STAA 法でこれを移流することで、レンダリング時の液体表面のエイリアスの問題を解決し、簡単に実装しやすい液体-固体間の相転移シミュレーションを可能とした。さらに、フォトンマッピング法による熱輻射計算の応用としてレーザーによる融解現象などを示した。

本研究で用いた VOF 関数と CIP 法による流体シミュレーションは、関数値が各計算セルの体積分率を表しており、相変化シミュレーションを VOF 関数間での単純な体積交換で実装することができた。このことから符号付距離場を用いるレベルセット法に比べて VOF+CIP 法は相転移シミュレーションに適した手法であると我々は考える。

今後の発展としては、体積の保存性をより正確に満足させるために、CIP-CSL²¹²⁾ などの方法を用いることである。また、VOF 関数による液体表現では、相転移を容易にシミュレートできるが、グリッドを用いた液体シミュレーションでは、グリッド幅以上の大きさを持つ液体の流れしかシミュレートできない。固体が溶けたときにできる固体周りの液体による薄いシェル (thin shell) のシミュレートのために、八分木表現などが考えられるが、これも根本的な解決法ではない。我々が今考えている解決法は⁷⁾ のような2次元シミュレーションと3次元シミュレーションの融合手法である。

さらに、提案手法を用いれば、氷解現象に加えて、その逆の氷化現象、あるいは、液体-気体間の相変化である沸騰・凝縮現象もまた容易に実装できると考えられ、それらの実

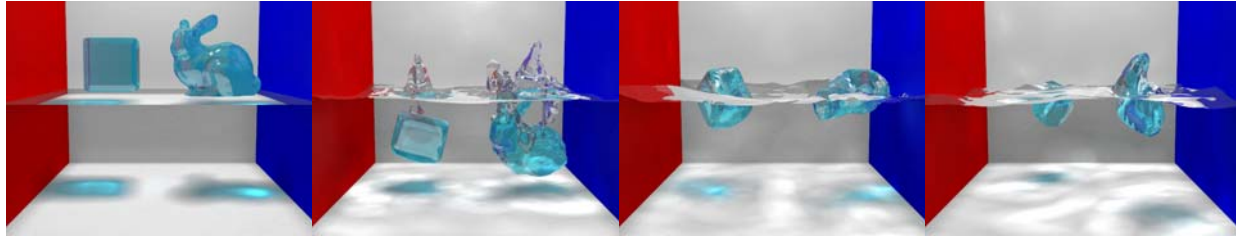


図 3 氷を熱湯中に落下させるシミュレーション .

装も今後の課題である .

参 考 文 献

- 1) Carlson, M., Mucha, P. J., Van Horn III, R. B. and Turk, G.: Melting and Flowing, *ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*, pp.167–174 (2002).
- 2) Enright, D., Marschner, S. and Fedkiw, R.: Animation and Rendering of Complex Water Surface, *Proceedings of SIGGRAPH 2002*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM Press / ACM SIGGRAPH, pp.736–744 (2002).
- 3) Enright, D., Nguyen, D., Gibou, F. and Fedkiw, R.: Using the particle level set method and a second order accurate pressure boundary condition for free surface flows, *4th ASME-JSME Joint Fluids Eng. Conf.*, no. FEDSM2003-45144, ASME (2003).
- 4) Losasso, F., Irving, G., Guendelman, E. and Fedkiw, R.: Melting and burning solids into liquids and gases, *IEEE Trans. on Vis. and Comput. Graph.*, Vol.12, No.3, pp.343–352 (2006).
- 5) Osher, S. and Fedkiw, R.: *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*, Springer-Verlag (2003).
- 6) Song, O.-Y., Shin, H. and Ko, H.-S.: Stable but Non-Dissipative Water, *ACM Transactions on Graphics*, Vol.24, No.1, pp.81–97 (2005).
- 7) Stam, J.: Flows on surfaces of arbitrary topology, *Proceedings of SIGGRAPH 2003*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, Vol.22, ACM Press / ACM SIGGRAPH, pp.724–731 (2003).
- 8) Stam, J.: Stable fluid, *Proceedings of SIGGRAPH 99*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM Press / ACM SIGGRAPH, pp.121–128 (1999).
- 9) Takahashi, T., Fujii, H., Kunimatsu, A., Hiwada, K., Saito, T., Tanaka, K. and Ueki, H.: Realistic Animation of Fluid with Splash and Foam, *Computer Graphics Forum (In Eurographics 2003 Proceedings)*, Vol.22, No.3, pp.391–400 (2003).
- 10) Takewaki, H. and Yabe, T.: The cubic-interpolated pseudo particle (CIP) method: application to non-linear and multi-dimensional hyperbolic equations, *Journal of Computational Physics*, Vol.70, pp.355–372 (1987).
- 11) Xiao, F., Yabe, T. and Ito, T.: Constructing oscillation preventing scheme for advection equation by rational function, *Computer Physics Communications*, Vol.93, pp.1–12 (1996).
- 12) Yabe, T., Tanaka, R., Nakamura, T. and Xiao, F.: An Exactly Conservative Semi-Lagrangian Scheme (CIP-CSL) in One Dimension, *Monthly Weather Review*, Vol.129, pp.332–344 (2001).
- 13) Yabe, T. and Wang, P.Y.: Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol.60, pp.2105–2108 (1991).
- 14) Yabe, T. and Xiao, F.: Description of Complex and Sharp Interface during Shock Wave Interaction with Liquid Drop, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol.62, No.8, pp.2437–2540 (1993).
- 15) Yabe, T., Xiao, F. and Utsumi, T.: The Constrained Interpolation Profile Method for Multiphase Analysis, *Journal of Computational Physics*, Vol.169, pp.556–593 (2001).
- 16) 池端昭夫, 肖鋒: 保存型自由表面捕獲スキームと固液気 3 相流への適用, 日本機械学会 2002 年度年次大会 (2002).
- 17) 藤澤誠, 三浦憲二郎: 熱力学に基づく氷解現象のアニメーション, 情報処理学会論文誌, Vol.47, No.8, pp.2746–2753 (2006).

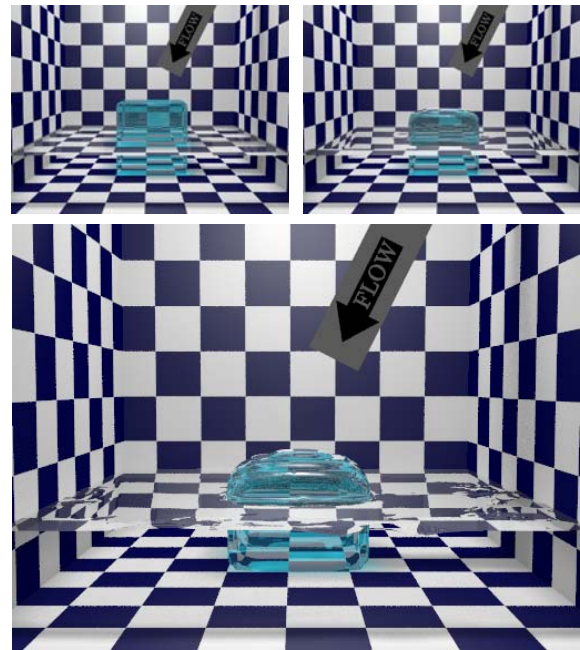


図 4 空気の対流による溶け方の違い . “FLOW” と書かれたダクトから空気が流れ出ているため, 空気中には常に対流が発生するが, 水中はあまり対流しないため上下で溶ける速度が異なる . グリッド数は $64 \times 64 \times 64$.

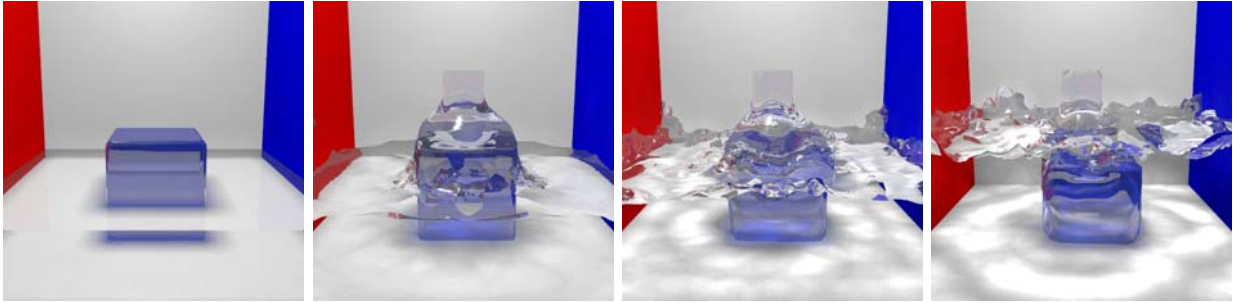


図 5 熱湯 (90 °C) をかけられた固体 (立方体) . 強制対流熱伝達により立方体の上部がより大きく溶けている . グリッド数は $64 \times 64 \times 64$ である .

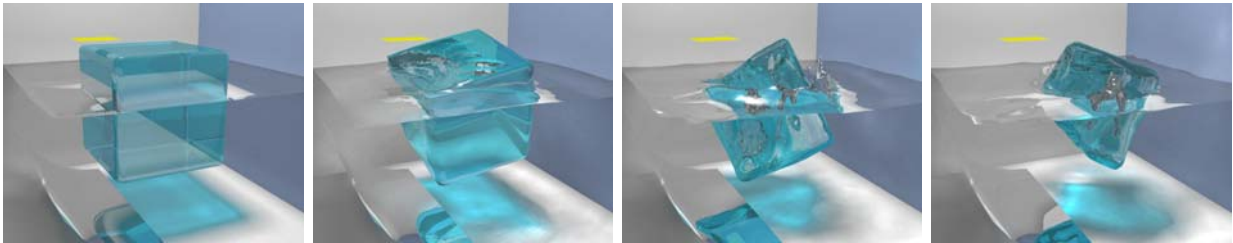


図 6 放射熱源とミラーによる反射 . 図中の黄色のプレートが熱源 , 左下の円筒状の物体が鏡である .

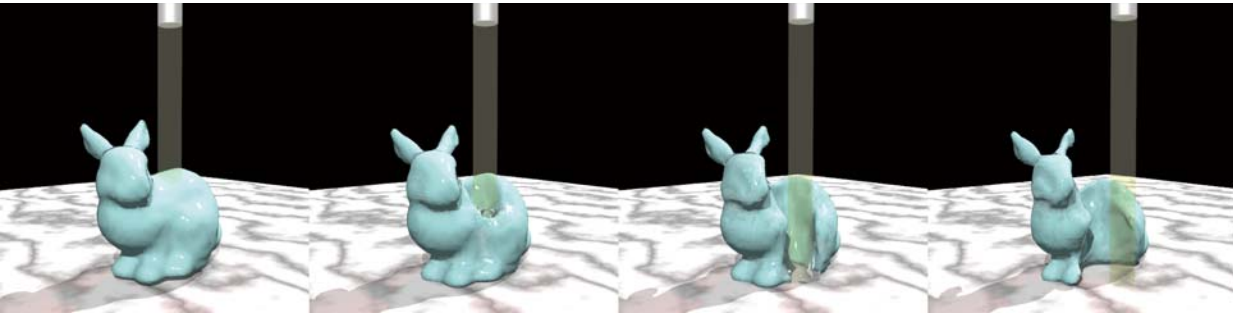


図 7 レーザーによる融解 . 図の上方にある円筒系の発射源からレーザーを発射した .