

# ユーザインタラクティブ凧シミュレーションシステムの開発

-Development of a User Interactive Kite Simulation System-

岡本太一†

藤澤誠‡

三浦憲二郎‡

Taichi OKAMOTO†,

Makoto FUJISAWA‡ and Kenjiro T. MIURA‡

† 静岡大学大学院

† Graduate School, Shizuoka University

‡ 奈良先端科学技術大学院大学

‡ Graduate School of Information Science, NAIST

E-mail: †tmkmiur@ipc.shizuoka.ac.jp, ‡fujis@is.naist.jp

## 1 はじめに

複雑な流体の動きや物体の変形などを物理法則に基づいて求める物理シミュレーションは、映画やTVなどに高品質なCGアニメーションを提供している。また、コンピュータゲームに利用できるほど計算の効率化、高速化が進められている。近年では物理シミュレーションをぬいぐるみ製作 [1] や折り紙 [2] などのより身近なホビーへ利用しようとする研究もある。そのような背景を受け、私たちは伝統的でありながら、芸術性も兼ね備えたホビーである凧をターゲットとしたシミュレーションシステムを提案し、それを用いた凧揚げゲームを開発する。

凧の歴史は古く、2500年以上前に発明されたといわれており、航空機が誕生する以前より人類の空に対する憧れをのせて揚げられていた。現在では、和凧やゲイラカイト、パイオカイトなどの凧が開発されており、お祝いやお祭り、スポーツ、遊びなどの目的で揚げられている。このように長く人類に親しまれてきた凧であるが、物理シミュレーションにより凧の挙動を計算することは難しい、なぜならば、凧は、航空機の翼と比較して気流に対する姿勢の変化が大きいことや剛性が低く変形しやすく、薄い物体と流体とのインタラクションを計算することは容易ではないためである。

本論文では、従来の凧や翼に関する性能評価実験より得られたデータを用いた、高速な凧の運動シミュレーション手法を提案する。凧のように薄い剛体の上下面の気流の挙動や圧力を、流体シミュレーションにおいて一般的なFDMやFEMのような計算方法のみを用いて求めるためには、精細なグリッドによる離散化と膨大な計算時間を必要とする。我々は、実験データを元にして抗力係数、揚力係数、および、その作用点を凧の迎え角とその形状から求める。抗力、揚力係数が分かっているため、このシミュレーションでは凧の周りの詳細な流れは必要でない。そのため、FEMのような計算コストが高い凧形状に合わせた非構造格子ではなく、粗い構造格子で離散化された高速な流体シミュレータを用いることができる。流体シミュレータは凧にかかる流体からの力を求め、あらかじめ分かっている抗力、揚力係数から、凧にかかる抗力、揚力を計算する。また、ひも

による張力の影響はバネ-質点モデルで、凧の変形は凧を構成する骨のたわみを仮定することで求める。これらの計算はリアルタイムで実行することが可能である。

凧の楽しみ方には空に揚がる凧を見ることに加え、自身で作成した凧を空に揚げることも大きな楽しみである。本研究では、リアルタイム凧シミュレータとハプティックデバイスを組み合わせることで、ユーザインタラクションゲーム等に应用する。ハプティックデバイスは入力デバイスに力のフィードバックを加えたものであり、3次元入出力ハプティックデバイスを用いることで、凧糸を操作して凧の揚がり方を変化させたり、気流に応じて凧を安定させたりすることに加えて、凧ひもの端点を持つ感覚をユーザに返すことができる。ハプティックデバイスを組み合わせることで、最終的にユーザインタラクティブな凧揚げシミュレータを開発する。

## 2 関連研究

凧のように空を飛ぶものとして、飛行機と鳥が上げられる。飛行機の翼の周りの流体の挙動とそれによる力の分布は、流体力学、航空力学 (aerodynamics) の分野において、盛んに研究されている [1, 11, 13]。しかし、航空機の翼 (aerofoil) は、凧のように大きな迎え角を持たず、その解析においては迎え角  $\alpha < 20^\circ$  程度の範囲までが一般的である。また、飛行機の翼はある程度の厚さを持ち、その組成に紙やビニールのような薄い物質を用いない。

Ramakrishnananda and Wong [9] は鳥の飛行のアニメーションを航空力学の原理から生成した。彼らは鳥の翼にかかる重力分布を翼の形状から求め、航空力学により飛ぶ軌道を予測した。Wu and Popović [15] は鳥を羽を持つ articulated skeleton としてモデル化し、Simplified aerodynamics より翼にかかる揚力と抗力を求めた。このとき、揚力係数、抗力係数は Withers による実験データ [14] を用いた。我々も [15] と同様に単純化した航空力学の原理と凧の実験データ [2, 6] を用いる。

物理シミュレーションにおいて、流体力学は空気や水、炎など複雑な流体の振る舞いをアニメーションするために用いられてきた。近年では、より複雑な課題である流体と固

体とのインタラクションをアニメーション化するための手法が盛んに研究されている。Stam[12]は、レギュラーな六面体グリッド上でのセミラグランジュ法と Fourier domain を用いた安定で高速な流体計算手法を提案し、流体シミュレーションの品質の向上と計算の高速化に大きく貢献した。Losassoら[8]は Octree データ構造を持つ非構造グリッドを用いて液体表面や固体境界付近でグリッドを細かくし、少ない計算コストで高精度な計算をおこなったしかし、物体との境界は六面体で表現されるため常に良質な結果が得られるわけではない。非構造グリッドを用いて固体とのインタラクションを改善した研究として、Feldmanら[3]は物体まわりでは四面体グリッドを適用し、他ではレギュラーなグリッドを用いるハイブリッドメッシュを提案した。また、Klingnerら[7]は動く固体とのインタラクションのために、各計算ステップで四面体グリッドを固体形状に合わせて動的に生成する手法を提案した。しかし、四面体グリッドの生成のための追加の計算コストが問題となる。Guendelmanら[5]、Robinson-Mosherら[5]は薄い物体に注目し、グリッド法における thin shell とのインタラクション処理について提案した。しかしながら、固体とのインタラクションの精度を保持しつつリアルタイム処理をおこなうのは困難である。

### 3 凧シミュレータ

#### 3.1 凧のモデル化

凧には、複雑な形状をしたアーティスティックなもの、立体形状をした Box kite や複数の凧 (sub-kites) を連ねた連凧 (kite train) などがあるが、一般に我々が家庭で作成できるのは四角形や菱形など単純な形状の凧である。我々は特に日本の伝統的な凧である和凧をターゲットとする。和凧は竹の骨組に和紙を張った凧であり、形状としては長方形や菱形、長方形に袖がついたようなやっこなどに、飛翔の安定性向上のために後縁に尻尾をつけたものである。尻尾は凧の左右のバランス調整、迎え角を小さくすることで凧自体の安定性を高める役目がある。和凧は形状の単純さから精度の高いシミュレーションが可能である。

和凧のモデルとして図 1(a) に示すような幅  $b$ 、高さ  $c$  の長方形を用いる。複雑な形状は、3.6 で述べるように図 1(a) を組み合わせて対応する。この凧にかかる力を図 1(b) に示す。図は凧を横から見たものである。凧には周りの空気の流れによって生じる揚力と抗力の他に、自身の質量による重力、ユーザが凧糸を引張ることによる張力、尻尾による張力がかかり、これらの力の合力が上向きの時に飛ぶ。また、揚力、抗力には凧の姿勢が大きく影響する。この姿勢は凧糸の接続点周りの回転運動により決定される。

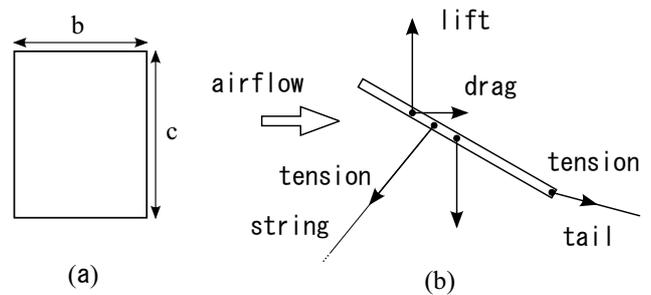


図 1: (a) 凧モデル . (b) 凧に加わる力 (側面図) .

#### 3.2 揚力と抗力

空気の流れによる揚力と抗力は凧の運動を決定するための最も重要な要素である。翼のような形状を空気の流れの中に置くと、翼の上下で流速が変化し、圧力差が生まれる。この圧力差が揚力を生み、空気抵抗により抗力が発生する。

凧は流れに対して自身を傾けることで揚力が発生させることができ、流れに対して垂直な面に投影した面積により抗力を発生させる。揚力・抗力を正確に計算するためには、その周りの流れの解析が必要である。凧は一般的に紙やビニールのような薄い物質でできており、このような薄い物質 (thin shell) と流体との相互作用には、特殊な形状のグリッドや有限体積法を用いた計算が必要となる。しかし、これらの方法は非常に高い計算コストがかかる。例えば、[10] では 1 フレームの計算に数分から数時間かかっている。

凧にかかる力をリアルタイムで得るために、Simplified aerodynamics を用いる [15]。流体中に置かれた物体にかかる揚力  $L$ 、抗力  $D$  は、

$$L = \frac{1}{2} C_L \rho S (\mathbf{U} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{U}, \quad (1)$$

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho S \|\mathbf{U}\| \mathbf{U}. \quad (2)$$

ここで、 $C_L$  は揚力係数、 $C_D$  は抗力係数、 $\rho$  は空気密度、 $S$  は凧の投影面積、 $\mathbf{U}$  は気流と凧との相対速度、 $\mathbf{n}$  は凧の面法線である。

揚力係数  $C_L$  と抗力係数  $C_D$  は気流に対する凧の傾きである迎角  $\alpha$  によって決定される。凧上下面の圧力差は図 2(a) に示すように、流れに垂直な断面で連続して分布している。[2] の凧に関する実験データでは、この分布を揚力、抗力の合力の大きさと作用点として近似している (図 2(b))。

本研究では、[2] から、迎え角  $\alpha$  による揚力係数  $C_L$ 、抗力係数  $C_D$  の変化の実験データ (図 3, 図 4) と凧の底辺から作用点までの距離と凧の高さ  $c$  の比の実験データ (図 5) を用い、各係数とその作用点を算出する。

図 3, 図 4 は、凧の高さ  $c$  と幅  $b$  のアスペクト比  $AR$  が、0.68 と 1.48 の時のグラフである。これ以外のアスペクト比に拡張するために、両データを線形補間する。また、

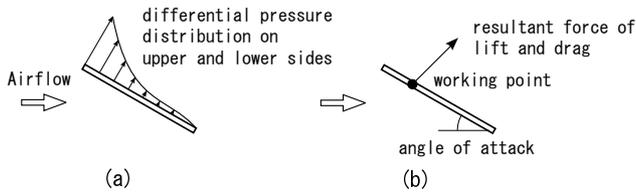


図 2: 計算の効率化. (a) 離散的に圧力差を計算するにはコストがかかるため, (b) 実験データを用いて積分値の大きさと作用点位置のみ求める.

$\alpha > 45^\circ$  の範囲に対しては, 風が流れに対して垂直なとき, 揚力が 0 になるため,  $\alpha = 90^\circ$  で  $C_L$  が 0 となるようにその間を線形に補間する. 抗力は迎え角がある程度大きくなると, あまり変化しなくなると仮定し,  $\alpha = 45^\circ$  の値を  $\alpha > 45^\circ$  で用いる.

これらの係数から求めた揚力  $L$ , 抗力  $D$  が作用する点を図 5[6] から算出する. 作用点は図 5 の実験データより求める  $r$  と風の高さ  $c$  より前縁からの距離  $r_c$  で与えられる.

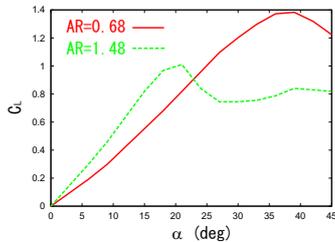


図 3: 迎角  $\alpha$  に対する揚力係数  $C_L$  のグラフ. 赤線は  $AR = 0.68$ , 緑線は  $AR = 1.48$  の風についてのデータを表す.

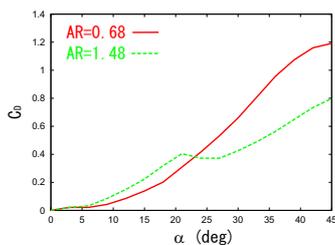


図 4: 迎角  $\alpha$  に対する抗力係数  $C_D$  のグラフ. 赤線は  $AR = 0.68$ , 緑線は  $AR = 1.48$  の風についてのデータを表す.

### 3.3 3次元における揚力と抗力

前節で求めた揚力, 抗力は風の垂直な中心線に沿った圧力分布より算出されたものである. 風の3次元空間内での運動を求めるためには, 風の2次元形状全体の力の分布を必要とする. しかし, 複雑な形状ではこの分布は流体の流れに依存するため, その推定は難しい. 我々は長方形形状を仮定しているため, 単に中心線に沿った圧力分布が横方

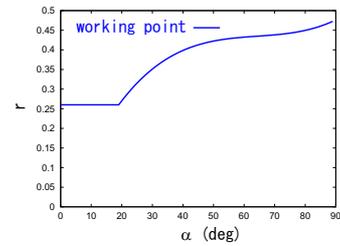


図 5: 迎角  $\alpha$  に対する前縁から作用点までの距離を風の高さ  $c$  の比  $r$  で表わしたグラフ.

向へも同様に分布していると近似できる. ここで, 図 6(a) に示すように  $x, y, z$  軸を取り,  $y-z$  平面の圧力分布が  $x$  軸方向に等しく分布するとする. そして, 代表平面として中心線上の平面 ( $x = 0$  の平面) を用い, 揚力, 抗力と作用点から,  $x$  軸周りの回転 (pitch) を求める. 同様に,  $x-z$  平面に関して  $y = 0$  の平面を代表平面として力を算出することで,  $x$  軸方向の移動,  $y$  軸周りの回転 (roll) も考慮する.

$z$  軸周りの回転 (yaw) は風を2次元平面と考えた場合, 揚力, 効力は発生しない. 一般的な風では正面からの気流により, 自身がたわむことによる yaw が生じる. この力は風の姿勢を正しく保つために必要なものであり, 実験では, たわみによる yaw を考慮しない場合, 風が左右に大きく振動し続ける結果となった. そのため, yaw に対する減衰を与えることで, たわみによる姿勢の復元を近似する.

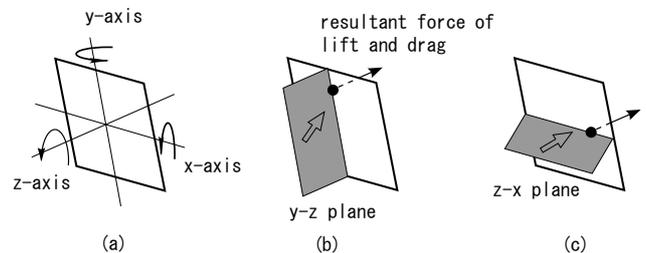


図 6: 3次元への拡張. 揚力, 効力は3次元風の中心線にかかる.  $X$  軸まわりのピッチ回転モーメントを求める際には  $Y-Z$  平面に投影した気流成分を,  $Y$  軸まわりのロール回転モーメントを求める際には  $X-Z$  平面に投影した気流成分を計算に用いる.

### 3.4 タコ糸と尻尾

風には引張力としてユーザが操作する風糸からのものと, 風の尻尾が気流で引っ張られることによるものの2つが作用する. 風糸は flying kite をユーザが直接操作するためのインタフェースとして働き, 尻尾は迎え角を小さくして風の姿勢を安定させる役目と, その長さを調整することで左右のバランスを整えるおもりとして働く. これら風糸と尻

尾による張力を図 7 に示すように mass-spring でモデル化する。

各質点には重力，気流による抗力，バネによる質点間張力がかかる．抗力は式 (2) を用いて解く．このとき， $C_D$  には円筒や平面を仮定した適切な定数， $S$  には質点の疑似面積， $U$  には気流と質点との相対速度を代入する．バネによる張力  $F_{spring}$  は，

$$F_{spring} = k_s \Delta l_s + k_d v \quad (3)$$

ここで， $k_s$  はばね係数， $\Delta l_s$  はばねの伸び， $k_d$  は減衰係数，そして， $v$  はばねに接続された 2 質点の相対速度である．さらに，凧に接続された質点には凧に加わる合力を加える．ばねを通して凧は凧糸と尻尾からの引張力を受ける．また，凧糸が不自然に伸縮しないように，Goldenthal ら [4] の手法により，バネの長さに制限を設ける．

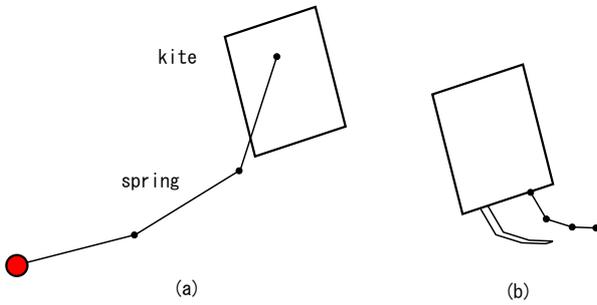


図 7: 凧の部品の質点-ばねモデル化．(a) 凧糸．(b) 凧の尻尾．

### 3.5 凧の変形

我々のシステムにおける凧は 2 次元平面としてモデル化されている．しかし，日本凧はその骨格にたわみやすい竹を用いることが多い．骨格がたわむことで凧全体が  $y$  軸周りに曲がる．この変形により凧自体の姿勢が安定する．姿勢の復元力は yaw 回転に対する減衰で近似したが，視覚的なたわみを加えることはリアリティの観点から有効である．

凧のたわみを表現するため，凧を構成する  $x$  軸方向の骨のたわみ量を計算する．図 8(a) のたわみ量  $d$  は，

$$d = \frac{P}{48EI} (l - 2x)(l^2 + 2lx - 2x^2), \quad I = \frac{1}{12}bh^3, \quad (4)$$

で求められる．ここで， $P$  は凧糸からの引張力， $E$  は骨のヤング率， $I$  は骨の断面 2 次モーメント， $x$  は  $Y$  軸からの距離， $l$  は骨の初期長， $b$  は骨断面の幅， $h$  は骨断面の高さである．

$d$  を求めた後，凧を構成する骨が初期長を保つように長さを修正する．それにより，図 8(b) に示すような投影長さ  $l'$  を得る．式 (1)，(2) の  $S$  は凧の面積  $S_{init}$  を用いて  $S = S_{init}(l'/l)$  で与えられる．

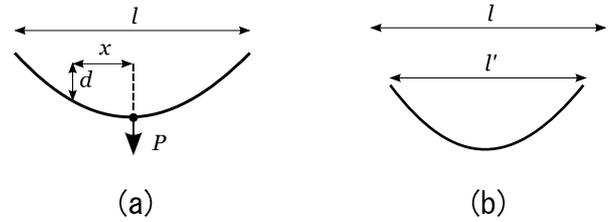


図 8: 凧のたわみ．(a) たわみ量  $d$  のイメージ．(b) 中心を基準に長さを修正し，投影長さ  $l'$  を求める．

### 3.6 複雑な形状の凧

長方形の凧を仮定することで 3.3 で述べたように，3 次元への拡張が容易になる．しかし，和凧の形状としては長方形はもっともポピュラーであるものの，和凧の他の特徴的な形状である菱形ややっこも必要である．一つの簡単な解決法は長方形にアルファ値を用いたテクスチャを貼ることでより複雑な形状を表現することである．しかし，これでは形状による飛び方の差がない．そのため，複雑な形状の凧を長方形の集合としてモデル化する．

3.3 で述べたように，圧力分布は  $x$  軸， $y$  軸に沿った平面上の分布として扱っており，その分布範囲は例えば， $y$  軸に沿った平面上の分布では凧の下の辺から上の辺までの間である．そのため，複雑形状を近似する各長方形は必ず凧の境界を含まなければならない．よって，pitch 計算時には図 9(a)，roll 計算時には図 9(b) のように長方形に分割する．

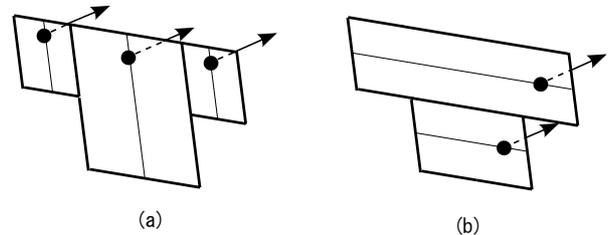


図 9: 複雑な形状への対応．(a) ピッチ回転モーメントを求める際には凧の高さ毎にモデルを分割する．(b) ロール回転モーメントを求める際には凧の幅毎にモデルを分割する．

## 4 外力

凧の運動に影響を与える外的な要因は気流とユーザの凧糸操作である．気流の挙動はグリッドベースの流体シミュレータで計算し，ユーザが持つと想定する凧糸の端点 (図 7(a) の赤い点) はハプティックデバイスを用いて操作する．

## 4.1 流体シミュレータ

風揚げは様々な場所や気候条件でおこなわれるが、このとき最も重要となるのが気流である。最も簡単な気流の与え方は、一定流速を仮定し、計算点に与える流速を一定とする方法である。しかし、気流は地形や高度によって空間内で大きく変化する。変化する気流を予測し、風を揚げるのに適切な場所を考えることも、風揚げのテクニックにおいて重要である。これらの効果を取り入れるために、グリッド法による数値流体ソルバを導入する。既に述べたように、航空力学から揚力、抗力を計算できるので、ソルバは風が風に与える影響まで考慮しなくてよいため、リアルタイムを実現する高速な演算が可能である。

非圧縮粘性流体の支配方程式は、

$$\nabla \cdot Vu = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(Vu \cdot \nabla)Vu - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2 Vu + Vf \quad (6)$$

で表されるナビエ・ストークス方程式である。ここで、 $\mathbf{u}$  は流速、 $p$  は流体圧力、 $\nu$  は動粘性係数、 $f$  は外力であり、ここでは重力とユーザ操作の強制力を与える。式 (5) は体積保存、式 (6) は運動保存を表す。式 (5),(6) の解法として、Stam[12] の手法を用いる。この手法は、移流項をセミラグランジュ法で、圧力項を安定した場に投影することで、大きなタイムステップでも安定して解くことができる。また、気流の向きは、計算空間の特定面上のグリッドにおける  $Vf$  に強制力を与えることで操作する。

## 4.2 風の操作

ユーザは特定の流体グリッドに外力を加えることで気流を操作することもできるが、実際の風揚げでは風糸を引っ張ったり左右に振ったりして風を制御する。また、風糸には風が引っ張る力がかかり、気流の強さや風の大きさによりその大きさも変化する。これらの操作をユーザにリアリストティックに与えるために、3次元入出力可能なハプティックデバイスを用いる。ユーザはハプティックデバイスを操作することにより風糸を引っ張ることができ、また、シミュレータからフィードバックされた力を受ける。力を受けることで、風の状態を視覚だけでなく、手で感じる力覚からも知ることができる。

ユーザ操作は風糸の端点にデバイス操作量に対応した移動量を与えることで実現し、風糸の操作側端点をデバイス位置に固定したときのかかる力を式 (3) による引張力  $F_{\text{spring}}$  にユーザが制御できる係数  $\beta_F$  を用い、 $\beta_F F_{\text{spring}}$  として与える。係数  $\beta_F$  を変えることで、子供から大人までさまざまなユーザに対応して、力のフィードバックを変化させることができる。

## 5 結果

本手法により、風揚げシミュレーションシステムを作成し、ハプティックデバイスによってユーザが操作する実験を行った結果を示す。

長方形、菱形、やっこ型の風をシミュレートした結果を図 10 に示す。菱形は  $y$  軸方向では 5 枚の長方形によって構成され、テクスチャを貼ることで、斜辺をなめらかにしている。また、やっこ型の風では両腕とボディの部分に分け 3 枚の長方形を用いて、 $y$  軸方向の揚力、抗力を計算した。

次に、流体シミュレーションによって気流を変化させたときの風の挙動を図 11 に示す。初期状態で左から右へ向けて風が吹くように強制外力を設定し、シミュレーション途中で手前から奥への風に変わるようにした。風の変化は、流体力学に基づきより自然に表現され、それによる風の挙動の変化もリアルに再現されている。

ハプティックデバイスを用いた風の操作の様子を図 12 に示す。3次元入出力のハプティックデバイスとして、SenseAble technologies の PHANTOM Omni を用いた。操作者は風糸の端点の位置を変更することにより、風糸から張力を受ける。風は操作者の手の動きにすばやく反応し、より早く糸を動かせば、より強い力を感じる。現実の風と同様に、強く糸を引くことにより風はより高く飛ぶ。



図 10: 典型的な和風.

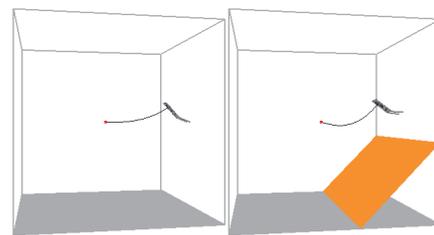


図 11: 環境の影響.

## 6 まとめと今後の課題

本論文では、風に関する性能評価実験より得られたデータと航空力学を用いた揚力、抗力計算、リアルタイム流体

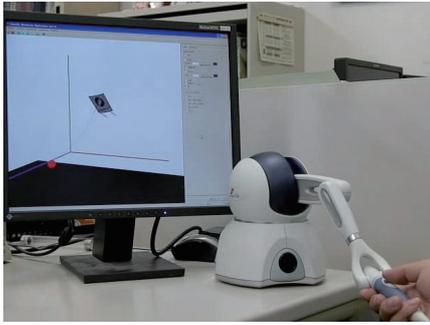


図 12: ユーザインタラクション。

シミュレーション,そして, mass-spring 系を用いた張力計算を用いたリアルタイム風運動シミュレーションシステムを提案し,ハプティックデバイスを用いることで,インタラクティブな風揚げシミュレータを開発した. 詳細な計算のためには非常に計算コストのかかる風の用に薄い物体と流体のと相互作用を実験データを元にした揚力,抗力係数を用いることで,流体から固体への片方向作用のみに限定し,大幅に高速化した. 揚力,抗力係数の算出では異なるアスペクト比のデータが2つしかなかったため,線型補間を用いて内挿,外挿したが,特にアスペクト比が1より小さいとき,その特性曲線が特徴的な形状となるため,より多くのデータを集めて,よりよい補間法を再考する必要がある. 和風をターゲットとし,長方形を基本として,複雑な形状にも対応できるようにし,竹の骨格によるたわみや風の尻尾も考慮した. また,グリッド法による数値流体ソルバを用いることで,地形や高度による流速の変化を風に与えるできた.

今後の展望としては,手法を発展させ,よりゲーム性の高い喧嘩風を実現することが考えられる. 喧嘩風は複数人で風揚げを行い風糸を絡ませることで互いの糸を切り合うゲームである. 喧嘩風を実現させるには複数の風の運動シミュレートと操作を可能にし,風同士の衝突や風糸の交差,糸同士の摩擦を計算する必要がある.

## 参考文献

- [1] I.H. Abbott and A.E. Von Doenhoff. *Theory of Wing Sections*. Dover Publications, 1959.
- [2] A. Azuma. *Science of RC Airplane and Kite*. Denpa Jikken-sha (Japanese), 1992.
- [3] Bryan E. Feldman, James F. O'Brien, and Bryan M. Klingner. Animating gases with hybrid meshes. In *Proceedings of SIGGRAPH 2005*, pages 904–909, New York, NY, USA, 2005. ACM Press.
- [4] Rony Goldenthal, David Harmon, Raanan Fattal, Michel Bercovier, and Eitan Grinspun. Efficient simulation of inextensible cloth. In *Proceedings of SIGGRAPH 2007*, page 49, New York, NY, USA, 2007. ACM Press.
- [5] Eran Guendelman, Andrew Selle, Frank Losasso, and Ronald Fedkiw. Coupling water and smoke to thin deformable and rigid shells. In *Proceedings of SIGGRAPH 2005*, pages 973–981, New York, NY, USA, 2005. ACM Press.
- [6] T. Ito and K. Komura. *Science of Kite*. Shogaku-kan (Japanese), 1979.
- [7] Bryan M. Klingner, Bryan E. Feldman, Nuttapong Chentanez, and James F. O'Brien. Fluid animation with dynamic meshes. In *SIGGRAPH '06: ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, pages 820–825, New York, NY, USA, 2006. ACM.
- [8] Frank Losasso, Frédéric Gibou, and Ron Fedkiw. Simulating water and smoke with an octree data structure. In *Proceedings of SIGGRAPH 2004*, pages 457–462, New York, NY, USA, 2004. ACM Press.
- [9] Balajee Ramakrishnananda and Kok Cheong Wong. Animating bird flight using aerodynamics. *The Visual Computer*, 15(10):494–508, 1999.
- [10] Avi Robinson-Mosher, Tamar Shinar, Jon Gretarsson, Jonathan Su, and Ronald Fedkiw. Two-way coupling of fluids to rigid and deformable solids and shells. In *SIGGRAPH '08: ACM SIGGRAPH 2008 papers*, pages 1–9, New York, NY, USA, 2008. ACM.
- [11] H. Smith. *The Illustrated Guide to Aerodynamics*. Tab Books, 1992.
- [12] Jos Stam. Stable fluids. In *Proceedings of SIGGRAPH 1999*, pages 121–128, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [13] Z.J. Wang. Aerodynamic efficiency of flapping flight: analysis of a two-stroke model. *Journal of Experimental Biology*, 211(2):234, 2008.
- [14] P. C. Withers. An aerodynamic analysis of bird wings as fixed aerofoils. *Journal of Experimental Biology*, 90:143–162, 1981.
- [15] J. Wu and Z. Popović. Realistic modeling of bird flight animations. In *SIGGRAPH '03: ACM SIGGRAPH 2003 Papers*, pages 888–895, New York, NY, USA, 2003. ACM.