

計算数学1 課題2

A4判(この紙と同じサイズ)片面にまとめて、6/30の授業時に提出すると

1. ノルムを変えて条件数 $\text{Cond}(A) := \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 1+d \end{pmatrix}; \quad \alpha=1 \text{ と } \alpha=10^{-2}; \text{ 対称正定値行列}$$

- $\text{Cond}_1(A)$:
- $\text{Cond}_2(A)$: ベキ乗法, 逆反復法 数回の反復で概算

2. 問題1の行列 A の全固有値をベキ乗法・逆反復法で求めよ。その際、シフト点と収束までの反復回数を比較しなさい。

3. QR分解を用いて $\|Bx - c\|_2$ を最小にする x と最小値を求めよ。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & & \\ & & & -1 & \\ & & & & -1 \end{pmatrix}; \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- $B, B^T B, Q, R$ の条件数を比較しなさい (定義されないものもある)

4. 複数の反復法 (Jacobi法, Gauss-Seidel法, SOR法, CG法など) を用いて

$$Ax = (-2 \ 4 \ -4 \ 4 \ -2 \ \alpha)^T$$

を解き、反復法の収束がどのように変化するかを調べなさい。