科目名	計算数学1	対象	3S	学部研究科	理学部第一部	学科専攻科		学籍番号		評点
平成20年7月14日(月) (～		回目 時限)		担当	長谷川 秀彦	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	1.筆記用具以外持込不可 2.下記のみ参照・持込可 [満点は130点となっています. 40点以下は不合格Dです]							

1. (35点)

行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \alpha \end{pmatrix}$ で与えられる連立1次方程式 $Ax=b$ に部分軸選択つきガウスの消去法を適用する

(1) Aに対して前進消去過程を適用し、その経過を示しなさい

(2) 前進消去過程の各段 k における操作を表わす行列を P_k, G_k とするとき
$G := G_3P_3G_2P_2G_1P_1$; $U=GA$ となる G, U を求めなさい

(3) Aが特異(非正則)となるときの α の値を求めよ

(4) $\alpha=3$, $b=(-4\ 42\ 24\ 33)^T$ としたときの解 x を前進・後退代入を用いて求めなさい

2. 対称正定値行列Aに対するCG法(共役勾配法)は $f(x)=\frac{1}{2}(x, Ax)-(x, b)$ を最小化することで、$Ax=b$ の解を求める。p は修正ベクトル, r は残差ベクトル。 (25点)

(1) $x_k = x_{k-1}+\alpha_{k-1}\cdot p_{k-1}$; $p_k = r_k+\beta_{k-1}\cdot p_{k-1}$ としてアルゴリズムを示しなさい

(2) 理論的には高々 n 回(n はAの次元)で収束することを示しなさい

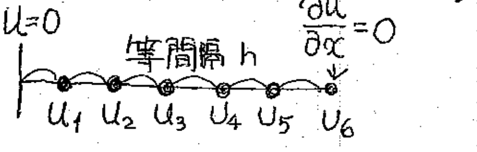
3. 逆反復法を用いて $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1.5 \end{pmatrix}$ の2に近い固有値を求めなさい (20点)

4. $\min \left\| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|_2$ となる x とこのときの最小値を求めなさい (20点)

5. 右図のような1次元の場における拡散方程式 (20点)

$\mathrm{div}(-k\nabla u)=f$; k は定数; f は発熱量

の離散化の概要を示しなさい。u_k は点 k の未知数。



6. 正則な n 次正方行列Aに対して $A \fallingdotseq Y$, $\mathrm{rank}(Y)<n$ となるYの作成方法について述べなさい (10点)