

2009/06/29

長谷川秀彦

計算数学－1 課題2

今回のレポートでは以下の 5×5 行列 A を用いなさい (ω を適宜変える) :

$$\begin{array}{ccccc} 1.0000 & -1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ -1.0000 & 2.0000 & -1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & -1.0000 & 2.0000 & -1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 & 2.0000 & -1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & -1.0000 & 1.0+\omega \end{array} \quad (\omega \text{ はパラメータ})$$

1. A を、 $AV = V\Lambda$, Λ は対角行列, V は直交行列, $A = QR$, Q は正規直交行列 $Q^T Q = I$, R は上三角行列に分解した。このとき、 $A, A^T A, V, \Lambda, Q, R$ とその条件数を MATLAB で求め、規則性をみつけなさい。
2. 共役勾配法 **Conjugate Gradient Method** のアルゴリズムを導出し、必ず n 回以下の反復で収束することを示しなさい。
 - 2.1 CG 法が1回の反復で収束する問題を考え、MATLAB を用いた数値実験によりその仮説が正しいことを示しなさい。
(ヒント: 解がひとつの固有ベクトル成分だけからできていればよい)
3. **Jacobi 法**, **Gauss-Seidel 法**, **SOR 法** などの定常反復法のオペレータのスペクトル半径と収束に要する反復回数との関係を MATLAB を用いた数値実験から考察しなさい。右辺ベクトルを $(0, 0, 0, 0, \omega)^T$ とせよ。

A4 判の用紙 (片面) を用いてレポートにまとめ、7月6日の授業時に提出しなさい

Web: <http://www.slis.tsukuba.ac.jp/~hasegawa/TUS/>

e-mail hasegawa@slis.tsukuba.ac.jp