

科目名	計算数学1	対象	3S	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成21年7月18日(土)	回目		(2時限)	担当	長谷川 秀彦	学年		氏名		
試験 時間	60分	注意事項	1.筆記用具以外持込不可 2.下記のみ参照・持込可 満点は150点となっています。40点以下は不合格です							

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & & \\ & -1 & 2 & \\ -1 & 3 & -3 & 1 \\ & -2 & 5 & \alpha \end{pmatrix}$ で与えられる連立1次方程式 $Ax = b$ を部分軸選択つきガウスの消去法を用いて解く。 (35点)

- (1) A に対して前進消去過程を適用し、その経過を示しなさい
- (2) 前進消去過程の各段における操作を表わす行列を P_k, G_k とするとき $G := G_3 P_3 G_2 P_2 G_1 P_1$; $U := GA$ とする G と U を求めなさい
- (3) $\det(U) = -4$ となるときの α の値を求めなさい
- (4) このとき $b = (1 \ 0 \ 0 \ 3)^T$ としたときの解 x を前進・後退代入を用いて求めなさい

2 対称正定値行列 A に対するCG法(共役勾配法)は $f(x) = \frac{1}{2}(x, Ax) - (x, b)$ の最小化によって $Ax = b$ の解を求める。 (このときのアルゴリズムを導出しなさい) (25点)

- (1) 解 x_k は修正ベクトル p_{k-1} を用いて $x_k = x_{k-1} + \alpha_{k-1} \cdot p_{k-1}$ で更新する。
- (2) 残差ベクトル r_k は互いに直交することを示しなさい

3 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ の条件数 κ を1ルムの場合と2ルムの場合について求めなさい (30点)

4 $y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とするとき $\|y\|_2$ を最小化する x とそのときの最小値を求めなさい (20点)

5 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ の2に近い固有値を逆反復法を用いて求めなさい (20点)

6 連立1次方程式の数値解法について、どのような場合に使われるか、特徴などをまとめなさい (20点)