

※いずれかを○で囲んでください		
解答用紙		
不要 (直接記入)	1枚もの	2枚もの

イ. 試験施行上の注意事項(例えばノート使用可否等)をご記入下さい  
 ロ. 試験所要時間は原則として60分としてご記入下さい  
 ハ. 問題ご記入の際は万年筆又はボールペン(黒)でブルー色の線から出ないようにご記入下さい  
 ※こまかい切り貼りは、はがれ落ちる可能性があるのでおやめ下さい

履修者数	印刷枚数
56	

科目名	計算数学1	対象	3S	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成22年7月19日(月)		回目	( ~ 2 時限)	担当	長谷川 秀彦	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注意 事項	① 記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照・持込可 [ プログラム機能のない電卓は使用可とする 140点満点となっています。40点以下は不合格です ]							

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_3 + \beta x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{与えらる連立1次方程式 } Ax = b \text{ へ} \\ \text{部分軸選択付きガウスの消去法で解く} \end{array} \quad (35 \text{点})$$

(1) Aに対して前進消去過程を適用し、その経過を示しなさい

(2) 前進消去過程の各段  $k$  における操作を表わす行列を  $P_k, G_k$  とするとき

$$G := G_3 P_3 G_2 P_2 G_1 P_1; U = GA \text{ とする行列 } G \text{ と } U^{-1} \text{ を求めなさい}$$

(3)  $\det(A) = -4$  となるときの  $\beta$  を求めなさい

(4) 前進後退代入を用いて  $x$  を求めなさい

(20点)

2.  $Ax = b$  に対する定常反復法は  $A = A_0 - R$  と分離し、 $A_0 x_{k+1} = R x_k + b$  のような反復式を導入したと考えられる。 $A = L + D + U$ ;  $L$  は下三角行列;  $D$  は対角行列;  $U$  は上三角行列

(1)  $L, D, U$  を用いて Jacobi 法を表わしなさい (  $L$  と  $U$  の対角はゼロ ) とする。

(2)  $L, D, U$  を用いて Gauss-Seidel 法を表わしなさい

(3)  $L, D, U$  を用いて SOR 法を表わしなさい

(20点)

3. 対称正定値行列  $A \in A = U^T U$  とする上三角行列  $U$  を求めるアルゴリズムを導出しなさい

4. 対称正定値行列  $A$  に対する CG 法 (共役勾配法) は  $f(x) = \frac{1}{2}(x, Ax) - (x, b)$  の最小化によって  $Ax = b$  の解を求める (20点)

(1)  $x_k$  は修正ベクトル  $p_{k-1}$  を用いて  $x_k = x_{k-1} + \alpha_{k-1} p_{k-1}$  で更新する

$\alpha$  ときのアルゴリズムを導出しなさい

(2) 残差ベクトルが直交することで、最大でも  $n$  回 ( $n$  は行列サイズ) で収束することを示しなさい (CG法は)

5.  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$  とする。 $\alpha$  ときの以下の値を求めなさい。 (45点)

(1)  $\text{Cond}_1(B)$  を求めなさい (10)

(2)  $\text{Cond}_2(B)$  を求めなさい (20)

(3)  $B$  の 2 に近い固有値を求めなさい。初期ベクトル  $(1, 0, 0)^T$  とした数回の反復でよい。 (15)