P1-1　　対称帯行列に対する大規模固有値解析をパソコンで
Large eigenvalue analysis for real symmetric band matrices on a PC

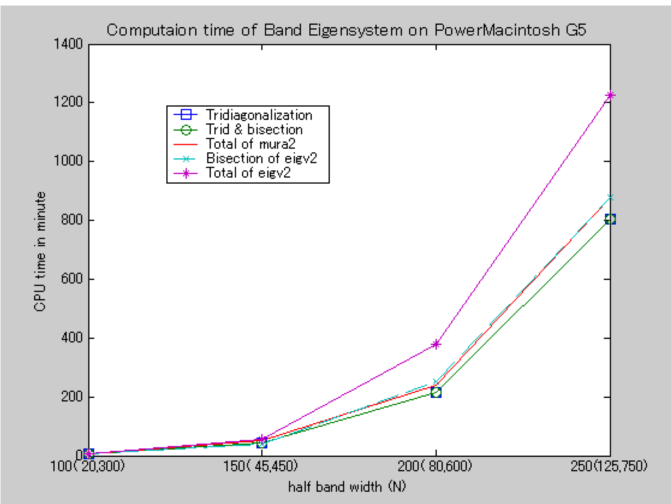
長谷川秀彦（筑波大学・図書館情報メディア研究科）

疎行列の非ゼロ要素が帯の範囲内に限定されるとき、帯行列用アルゴリズムを用いることでメモリサイズと演算量が大幅に削減できる。帯行列に対しては、密行列用の安定な古典的な固有値計算アルゴリズムと同様の方法が利用できる。一方、疎構造を活用するためには、特殊な（問題依存の強い、安定性が定かではないが高速化の可能性な）固有値解析アルゴリズムを使う必要がある。本ポスターでは、2GB のメモリを持つパソコンで実行可能な実対称帯行列に対する固有値解析のサイズを明らかにし、

・　疎行列用の固有値解析プログラムに比較データ・基準を提供する、
・　並列化方針の判断に役立つデータを提供する。

実測に用いたのは、「小国力編著、行列計算ソフトウェア、丸善、 1991 」にある Fortran コードで、帯行列に対するハウスホルダー三重対角化、３重対角行列に対する２分法、帯行列に対する逆反復法からなる村田法(mura2)と、帯行列に対して直接２分法と逆反復法を用いる方法(eigv2) である。帯半幅 m1,　N = m1*(2*m1+3) を与え、固有値・固有ベクトルを 2*m1 組求める。実測には 2GB のメモリを搭載した Power Macintosh G5 2GHz Dual の 1 CPU を用い、コンパイラが提供する CPU_TIME を用いて CPU Time を計測した（経過時間はその数倍かかる)。

この結果から、古典的な帯行列アルゴリズムでも N が 10^5 程度までならパソコンでも解けること、計算時間１日が許容できるなら問題はメモリサイズであることなどがわかる。固有ベクトルが不要な場合、同時逆反復法を用いてもよい場合は若干の高速化は可能である。並列化が効果的な時間のかかる処理は、帯行列に対する３重対角化と帯行列に対する直接の２分法である。カウントコストの高い帯行列に対する２分法は、多分法にすることで自然な並列化が可能である。古典的な帯行列に対する固有値解析でも高速化の余地があるので、新たな並列アルゴリズムによる疎行列固有値解析のメインターゲットは 100 万元以上の問題といえるだろう。



mura2（上）と eigv2（下）の実行時間・秒

Half band (N)	Tridia.	Bisection	Inv. Iter.	Total
100 (20,300)	392	1.4	66.8	460.2
		324	138	262
150 (45,450)	2690	5.0	352	3047
		2410	990	3400
200 (80,600)	13000	11.6	1310	14321
		15200	7630	22830
250 (125,750)	48200	23.0	4580	52803
		52800	20700	73500